

Przedmiot: Matematyka

Data: **25 czerwca 2020 r. tj. czwartek**

Temat : *Kombinatoryka a prawdopodobieństwo*

Wyobraźcie sobie dwunastościenną kostkę do gry. Na każdej ścinie są oczka w ilości od 1 do 12. Powiedzmy, że rzucamy dwoma takimi kostkami. Ile jest możliwości uzyskanych wyników?

Spróbujmy sobie najpierw wypisać wszystkie możliwości. Pierwsza liczba oznacza ilość oczek na pierwszej kostce, a druga liczba ilość oczek na drugiej kostce

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,10	1,11	1,12
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	2,10	2,11	2,12
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	3,10	3,11	3,12
4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	4,10	4,11	4,12
5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	5,10	5,11	5,12
6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	6,10	6,11	6,12
7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	7,10	7,11	7,12
8,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	8,8	8,9	8,10	8,11	8,12
9,1	9,2	9,3	9,4	9,5	9,6	9,7	9,8	9,9	9,10	9,11	9,12
10,1	10,2	10,3	10,4	10,5	10,6	10,7	10,8	10,9	10,10	10,11	10,12
11,1	11,2	11,3	11,4	11,5	11,6	11,7	11,8	11,9	11,10	11,11	11,12
12,1	12,2	12,3	12,4	12,5	12,6	12,7	12,8	12,9	12,10	12,11	12,12

Możemy policzyć, że wszystkich możliwości uzyskanych wyników jest **144**. Nie musieliśmy tego rozpisywać. Można było policzyć zgodnie z regułą mnożenia. Na pierwszej kostce jest 12 możliwych wyników, na drugiej też 12. Zatem wszystkich możliwych wyników na obu kostkach będzie $12 \cdot 12 = 144$.

Jakie będzie prawdopodobieństwo, że suma oczek na obu kostkach będzie równa 20. Wypiszmy wszystkie takie możliwości

8,12 9,11 10,10 11,9 12,8 (*pięć możliwości*)

Zatem prawdopodobieństwo, że w rzucie dwoma dwunastościennymi kostkami do gry na obu kostkach będzie razem 20 oczek jest równe $\frac{5}{144}$

Inny przykład

Przykład 2.1

W urnie znajduje się 20 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 20. Losujemy dwie kule: najpierw jedną, potem drugą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że liczba na jednej z kul (którejkolwiek) będzie dwa razy większa niż liczba na drugiej kuli?

Za pierwszym razem losujemy jedną z 20 kul, mamy więc 20 możliwości. Przy drugim losowaniu w urnie jest już tylko 19 kul, mamy więc 19 możliwości. Zgodnie z regułą mnożenia łącznie mamy $20 \cdot 19 = 380$ możliwych wyników, czyli par liczb.

Liczba na jednej kuli jest 2 razy większa niż liczba na drugiej w następujących przypadkach:

(1, 2), (2, 4), ..., (10, 20) – 10 możliwości

(2, 1), (4, 2), ..., (20, 10) – 10 możliwości

Zastanów się, skąd wiemy, że jest właśnie 10 możliwości.

Razem jest 20 wyników, które nas interesują.

p – prawdopodobieństwo, że liczba na jednej z wylosowanych kul jest 2 razy większa niż na drugiej

$$p = \frac{20}{380} = \frac{1}{19}$$

Przykład 2.2

Jak zmieniłoby się prawdopodobieństwo obliczone w przykładzie 2.1, gdybyśmy po pierwszym losowaniu zapisywali wynik, a kulę wrzucali z powrotem do urny?

W tej sytuacji wszystkich możliwych wyników jest $20 \cdot 20 = 400$.

Natomiast wyników, w których liczba na jednej z wylosowanych kul jest dwa razy większa niż na drugiej, jest nadal tyle samo: 20. Dlatego prawdopodobieństwo p tym razem wynosi:

$$p = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}$$

Odpowiedzi w przykładach 2.1 i 2.2 różnią się, bo różne były sposoby losowania.

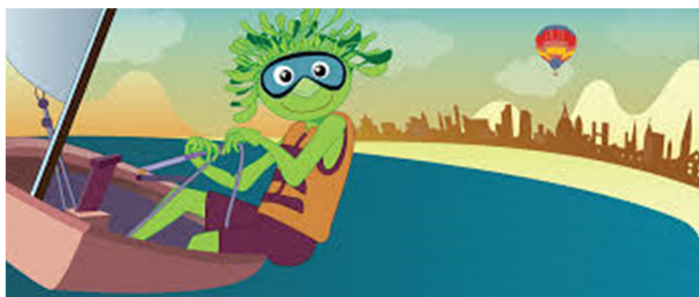
W przykładzie 2.1 pierwsza wylosowana kula nie wracała do urny. Takie losowanie nazywamy losowaniem bez zwracania.

Natomiast w przykładzie 2.2 pierwszą wylosowaną kulę zwracaliśmy do urny, więc przeprowadzaliśmy losowanie ze zwracaniem.

Polecenia do wykonania

- Z zeszytu ćwiczeń wykonajcie zadania ze stron 126-127

Życzę miłych i udanych wakacji



I dostania się do wymarzonej szkoły